

# I Appello Estivo di Analisi Matematica I

# A

A.A. 2014-2015

7 Luglio 2015

1. Sia data la successione  $a_n = (-1)^n + \frac{\sin n}{n}$ .
- (a) Trovare due sottosuccessioni di  $a_n$  che tendano a limiti diversi.
  - (b) Determinare, motivando la risposta, l'insieme  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid \text{definitivamente in } n \text{ si ha } a_n \leq x\}$ .
2. Date le successioni  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^3}$  e  $b_n = \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n^3}$  dire, motivando la risposta con gli opportuni calcoli, se vanno all'infinito con lo stesso ordine oppure no.
3. Sia data  $f(x) = 1 + \left| \frac{x-1}{x^2-2x+2} \right|$ .
- (a) Fare uno studio completo del grafico di  $f$ .
  - (b) Utilizzando eventualmente il punto (a), dire quante sono, al variare di  $\alpha > 0$ , le soluzioni positive dell'equazione  $f(x) = \frac{1}{x^\alpha}$ .

4. Sia dato l'integrale improprio
- $$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt[3]{x}} + \alpha \arctan \frac{1}{x^\alpha}}{\sqrt[3]{x^{1+\alpha}}} dx$$
- dipendente da un parametro  $\alpha \geq 0$ .
- (a) Calcolarlo per  $\alpha = 0$ .
  - (b) Dire per quali  $\alpha > 0$  converge.

5. Sia data la serie:
- $$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(\alpha + |\sin n| + |\cos n|)^n}$$
- dipendente da un parametro  $\alpha \in \mathbf{R}$ . Studiarne il carattere nei casi:  $\alpha = \frac{3}{2}$ ,  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha = -\frac{\sqrt{3}-1}{2}$  e infine (facoltativo)  $\alpha = -\frac{1}{100}$ .

**Tempo:** 3 ore  
**Punteggi:** 6+6+8+7+(6+?)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente?  SI  NO Firma:.....