I Appello Invernale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2014-2015
6 Febbraio 2015

1. Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme:

$$A = (\mathbf{Q} \cap [2014, 2015)) \cup \{2016\}.$$

2. Confrontare l'ordine di infinitesimo delle seguenti successioni:

$$a_n = \sqrt[n]{1 - \cos\frac{1}{n^n}} \qquad b_n = \frac{(n+2)^n}{n^{n+2}} \qquad c_n = \frac{1}{n^2}$$

3. Utilizzando un opportuno studio di funzione, dire, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$ quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$3x^4 - 20x^3 + 24x^2 + \alpha = 2015.$$

4. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^t}{(t-2)\sqrt{|t^2-4|}}dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

5. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, convergenza semplice ed assoluta della serie:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n} - \sin\frac{1}{n}\right)^{\alpha}.$$

Tempo: 3 ore
Punteggi: 4+7+7+8+7

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2014-2015
6 Febbraio 2015

6. Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme:

$$A = (\mathbf{Q} \cap [2015, 2016)) \cup \{2014\}.$$

7. Confrontare l'ordine di infinitesimo delle seguenti successioni:

$$a_n = \sqrt[2n]{e^{\frac{1}{n^n}} - 1} \qquad b_n = \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}} \qquad c_n = \frac{1}{\ln^2(1+n)}$$

8. Utilizzando un opportuno studio di funzione, dire, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$ quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + \alpha = 2015.$$

9. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t}}{(t+2)\sqrt{|t^2-4|}} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

10. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, convergenza semplice ed assoluta della serie:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n} \right)^{\alpha}.$$

Tempo: 3 ore
Punteggi: 4+7+7+8+7

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

C

A.A. 2014-2015
6 Febbraio 2015

11. Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme:

$$A = (\mathbf{Q} - [2014, 2016)) \cup \{2015\}.$$

12. Confrontare l'ordine di infinitesimo delle seguenti successioni:

$$a_n = \sqrt[2n]{\ln\left(1 + \frac{1}{n^n}\right)} \qquad b_n = \frac{10^{\sqrt{n}}}{4^n} \qquad c_n = \frac{1}{\ln(1+n^2)}$$

13. Utilizzando un opportuno studio di funzione, dire, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$ quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + \alpha = 2015.$$

14. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t^2}}{\sqrt{|t^3 - 1|}} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

15. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, convergenza semplice ed assoluta della serie:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n} - \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Tempo: 3 ore
Punteggi: 4+7+7+8+7

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

D

A.A. 2014-2015
6 Febbraio 2015

16. Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme:

$$A = ([2014, 2015] - \mathbf{Q}) \cup \{2016\}.$$

17. Confrontare l'ordine di infinitesimo delle seguenti successioni:

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{1}{n^n} - \sin\frac{1}{n^n}} \qquad b_n = \frac{n^n}{(n+3)^{n+3}} \qquad c_n = \frac{1}{n^3}$$

18. Utilizzando un opportuno studio di funzione, dire, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$ quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + \alpha = 2015.$$

19. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t^2}}{\sqrt[3]{t^4-1}} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

20. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, convergenza semplice ed assoluta della serie:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \cos\frac{1}{n}\right)^{\alpha}.$$

Tempo: 3 ore
Punteggi: 4+7+7+8+7