# ANALISI MATEMATICA 1

(UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA A.A. 2024/2025
DOCENTE: CALLEGARI)

## DOMANDE PER ESERCITARSI A CASA – 6 OTTOBRE 2024

## I PARTE: USO DEI QUANTIFICATORI

**A** DIRE SE SONO VERE O FALSE LE SEGUENTI AFFERMAZIONI:

> **NOTAZIONI**
>
> DIRE CHE UN'AFFERMAZIONE CON UN PARAMETRO $n \in \mathbb{N}$ VALE "DEFINITIVAMENTE IN $n$" SIGNIFICA CHE "$\exists n_0 \in \mathbb{N}$ TALE CHE $\forall n \geq n_0$" L'AFFERMAZIONE VALE IN $n$.
> INVECE DIRE CHE VALE "FREQUENTEMENTE IN $n$" SIGNIFICA CHE "$\forall n_0 \in \mathbb{N}$ $\exists n > n_0$ TALE CHE" L'AFFERMAZIONE VALE IN $n$.

1. $\forall x \in \mathbb{R}$ $\exists y \in \mathbb{R}$ TALE CHE $y \leq x$
2. $\exists y \in \mathbb{R}$ TALE CHE $\forall x \in \mathbb{R}$ $y \leq x$
3. $\forall x \in \mathbb{N}$ $\exists y \in \mathbb{N}$ TALE CHE $y \leq x$
4. $\exists y \in \mathbb{N}$ TALE CHE $\forall x \in \mathbb{N}$ $y \leq x$
5. DEFINITIVAMENTE IN $n$, DEFINITIVAMENTE IN $k$ $n \geq k$
6. DEFINITIVAMENTE IN $k$, DEFINITIVAMENTE IN $n$ $n \geq k$
7. FREQUENTEMENTE IN $n$, FREQUENTEMENTE IN $k$ $k$ DIVIDE $n$
8. FREQUENTEMENTE IN $k$, FREQUENTEMENTE IN $n$ $k$ DIVIDE $n$
9. FREQUENTEMENTE IN $n$, DEFINITIVAMENTE IN $k$ $k$ DIVIDE $n$
10. DEFINITIVAMENTE IN $k$, FREQUENTEMENTE IN $n$ $k$ DIVIDE $n$
11. FREQUENTEMENTE IN $k$, DEFINITIVAMENTE IN $n$ $k$ DIVIDE $n$
12. DEFINITIVAMENTE IN $n$, FREQUENTEMENTE IN $k$ $k$ DIVIDE $n$

**B** DATA UN'AFFERMAZIONE $P(n,k)$ DIPENDENTE DA 2 PARAMETRI $n, m \in \mathbb{N}$ DIRE, MOTIVANDO LA RISPOSTA, QUALE DELLE 2 SEGUENTI PROPOSIZIONI È PIÙ FORTE:

1. $\forall k \in \mathbb{N}$ FREQUENTEMENTE IN $n$ $P(n,k)$
2. FREQUENTEMENTE IN $n$ $\forall k \in \mathbb{N}$ $P(n,k)$

# II PARTE: CONFRONTO DI INFINITI

**A** CONFRONTARE L'ORDINE DI INFINITO DEI SEGUENTI GRUPPI DI SUCCESSIONI:

**1** $A_n = \log_2(n^2) \qquad B_n = (\log_2(n))^2 \qquad C_n = \log_{2^2}(n) \qquad D_n = \log_2(\sqrt{n}) \qquad E_n = \sqrt{\log_2(n)}$

**2** $A_n = 10000^n \qquad B_n = 10^{2n} \qquad C_n = 1000000^{\sqrt{n}} \qquad D_n = 10^{n^2} \qquad E_n = \sqrt{10^{n^2}}$

**3** $A_n = (n+1000)! \qquad B_n = n^{n-1000} \qquad C_n = 2^{n^2} \qquad D_n = n^{\sqrt{n}}$

**4** $a_n = (5+3\sin n)^n \qquad b_n = (7+2\sin n)^n \qquad c_n = (6+3\cos n)^n$

**B** DIRE PER QUALI $\alpha \in (0,1)$ SI HA $n! = o((n^n)^\alpha)$.

**C** CALCOLARE I SEGUENTI LIMITI:

**1** $$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^{\sqrt{n}} + \sqrt{(2n)^n} + \sin(n^{n^n})}{\sqrt{n^n + 2^{\frac{n}{2}}} - (\sqrt{n})^n}$$

**2** $$\lim_{n\to+\infty} \left(\log_8(1+2^n) - \sqrt[3]{n+1}\right)$$

**3** $$\lim_{n\to+\infty} (\sin(\sin n))^{n^2} \cdot n^n$$

**D** CONFRONTARE L'ORDINE DI INFINITO DEI SEGUENTI GRUPPI DI SUCCESSIONI:

**1** $A_n = \sqrt[n]{n!} \qquad B_n = \sqrt{n} \qquad C_n = \log_4(1+3^n) \qquad D_n = (\log_2 n)^2$

**2** $A_n = (n^n)^{n!} \qquad B_n = (n^n)! \qquad C_n = (n!)! \qquad D_n = (n!)^{n!}$