

EQUAZIONI DIOFANTEE LINEARI

PRIMA PARTE: problemi quasi identici a quelli svolti a lezione

1) Ho 2 sacchi di farina: uno ne contiene 1001 kg e l'altro 999 kg.
Per trasportare la farina da un sacco all'altro dispongo di 2 barattoli:
uno può contenere 8 kg di farina, l'altro 5 kg.

Come faccio a trasportare la farina tra i 2 sacchi, usando solo i due barattoli, in modo che, alla fine, contengano la stessa quantità di farina? [trasferire 2 volte 8 kg da 1001 a 999 e poi 3 volte 5 kg nella direzione opposta]

2) Come il prob. (1), ma usando un barattolo da 133 kg e uno da 58 kg.
[Si risolve l'eq. diofanica $133x + 58y = 1$; una sol. è $(-17, 39)$]

3) Come il prob. (2), ma la situazione finale che voglio ottenere è diversa: nel sacco che inizialmente ha 1001 kg di farina voglio, dopo il trasporto, che ce ne siano 1012 kg. Inoltre voglio farlo con il minor numero possibile di operazioni.

[Si risolve l'eq. diofanica $133x + 58y = 11$; la sol. "più piccola" è $(-13, 30)$]

4) Ho una bilancia a piatti e dispongo di una quantità illimitata di pesetti da 48 g e da 30 g, che posso mettere in entrambi i piatti della bilancia.

Sono in grado di pesare la quantità di 100 g di zucchero? [NO]

E di 120 g? [SI: 4 pesetti da 30]

Quando la risposta è affermativa spiegare come si può farlo utilizzando il minor numero possibile di pesetti.

Per ciascuna delle seguenti equazioni diofantee lineari, trovare, se ce ne sono, tutte le coppie (x, y) di numeri interi che le soddisfano:

5) $198x + 165y = 66$
 $[(2-5k, -2+6k)$ con k intero]

6) $1001x + 242y = 128$ [No]

7) $610x + 377y = 1$
 $[(-144+377k, 233-610k)$ con k intero]

8) $610x + 377y = 144$ (occhio alla scorciatoia!!)
 $[(-1+377k, 2-610k)$ con k intero]

SECONDA PARTE: altri problemi.

9) Una pulce si sposta su una retta saltando. Può fare salti, in avanti o all'indietro, lunghi 199 cm o 78 cm.

Qual è il minimo numero di salti che deve fare, se vuole spostarsi esattamente di 2 metri.

[102 salti: 74 passi in avanti da 78 cm e 28 passi indietro da 199 cm]

10) In una retta fissiamo 2 punti P e Q in modo che $PQ = 71$ cm e orientiamo la retta in modo che la direzione positiva sia quella che va da P a Q . Una pulce parte da P e si sposta nella direzione positiva della retta, compiendo salti lunghi 101 cm. Un'altra pulce parte da Q e si sposta nella direzione positiva della retta, compiendo salti lunghi 128 cm. Sia T il punto più vicino a Q che viene toccato da entrambe le pulci. Quanto misura il segmento PT ?

[5959]

Risolvere le seguenti equazioni diofantee:

11) $19x - 24y = 81$ $[(3+24k, -1+19k)$ con k intero]

12) $31x - 70y = -8$ $[(2+70k, 1+31k)$ con k intero]

13) Trovare, se esiste, una terna di interi (x, y, z) tale che

$$91x + 77y + 143z = 1 \quad [(4, -1, -2)]$$

14) Trovare il più piccolo multiplo di 980 tale che; se lo dividiamo per 143, otteniamo come resto 17. [5880]

15) Dire per quali valori interi di α la seguente equazione diofantea ammette soluzione:

$$198x + 363y + 286z = \alpha$$

[ha soluzione se e solo se α è multiplo di 11]